（電子・数物系専攻 博士前期課程）　　(2015.8)

平成２８年度

大阪府立大学大学院

工学研究科電子・数物系専攻

博士前期課程入学試験

試験科目

数理工学基礎・物理系

（物理数学）

試験問題

（解答時間 180 分）

注意

（１）受験番号を解答用紙の所定欄に記入せよ。

（２）解答した科目名（ 物理数学 (1)～(3) ）を解答用紙の所定欄に記入せよ。

（３）解答欄が不足する場合は、新たに解答用紙を配付するので、挙手すること。

（４）試験終了後、問題冊子は持ち帰ってよい。

物理数学（1）

問題1

行列 $H=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 2 & 2 & 2\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}$ について以下の問に答えよ。

（1）　固有値と固有ベクトルを求めよ。

（2）　対角化する直交行列 U を求めよ。

（3）　対角化せよ。

問題2

$5x^2+6xy+5y^2-16x-16y+8=0$　で表される2次曲線について，以下の問に答えよ。

（1）　この2次曲線の中心の座標を求めよ。

（2）　$x-y$ 座標軸を，（1）で求めた中心の座標に平行移動して $\xi-\eta$ 軸としたとき，この2次曲線の方程式を $\xi-\eta$ 座標系で記せ。

（3）　$\xi-\eta$ 座標系を適切に回転させて新しい座標系を $x'-y'$ 系とし，この2次曲線が $a'x'^2+b'y'^2+c'=0$ のかたちになるように表せ。

（4）　このときの回転角を示せ。

物理数学（２）

問題１

微分方程式 $(2x\cos y + y^2\cos x)dx + (2y\sin x - x^2\sin y)dy = 0$ について以下の問に答えよ。

（１）上の微分方程式は完全微分方程式であることを示せ。

（２）上の微分方程式を解き，一般解を求めよ。

問題２

微分方程式 $y'' + 3y'\tan x + y(1 + 3\tan^2 x) = \cos^3 x$ について以下の問に答えよ。

ただし $-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$ とする。

（１）$y = \cos x$ は上の微分方程式で，右辺を０としたときの解の１つである。
これを用いて，上の微分方程式を１階の線形微分方程式に変換せよ。

（２）線形微分方程式の解の公式を利用して（１）の微分方程式を解き，一般解を求めよ。

問題３

次の連立微分方程式を満たす x と y の一般解を求めよ。ただし a は定数。

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y \\ \dfrac{dy}{dt} = -x - 2ay \end{cases}$$

物理数学（３）

問題１

次の矩形波周期関数 $f(x)$ に関する次の問に答えよ。

$$f(x)=\begin{cases} 1 & \left(nd-\dfrac{a}{2}\le x\le nd+\dfrac{a}{2}\right) \qquad (d>a>0,\ n=0,\pm1,\pm2,\cdots) \\ \\ 0 & (\text{上の区間以外}) \end{cases}$$

（１） $n=0$ のときの１個の矩形波に対するフーリエ変換 $F_0(\omega)$ を求めよ。

（２） 同様に，$n=m$ のときの１個の矩形波に対するフーリエ変換 $F_m(\omega)$ を $F_0(\omega)$ を用いて表せ。

（３）（２）の結果を利用して，$f(x)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を求めよ。

問題２

ラプラス変換を用いて次の線形常微分方程式を解け。ただし，$t=0$ のとき，$x=\dfrac{dx}{dt}=0$ である。

$$\frac{d^2x}{dt^2}-4\frac{dx}{dt}+3x=\sin t$$

問題３

複素積分を用いて次の積分の値を求めよ。

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{5+3\sin\theta}$$